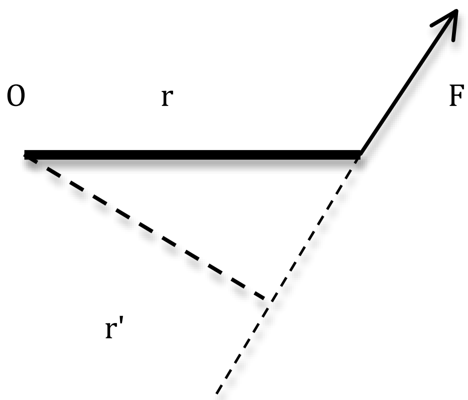
NAVOR, VZTRAJNOSTNI MOMENT, VRTILNA KOLIČINA

4.1 NAVOR

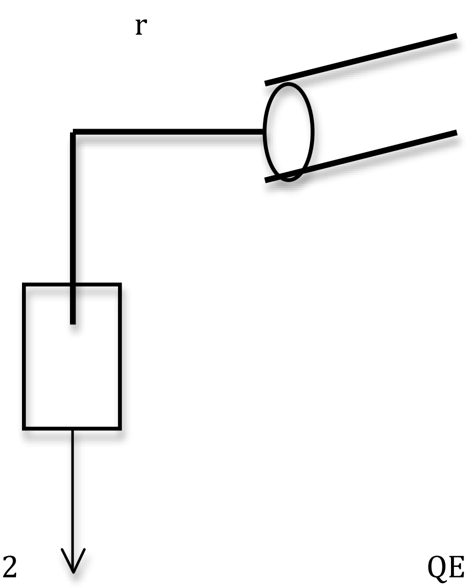


Poglejmo si palico vrtljivo okrog neke osi O.

Pravokotno razdaljo premice sile od osi imenujemo **ročica sile**. Označimo jo z r'. Vektor r (razdalja prijemališča sile od osi) oklepa z vektorjem F kot φ.

Produkt sile (F) in ročice (r') imenujemo **navor ali vrtilni moment**:
$M = Fr' = Fr\sin\varphi$ ali $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$.

Navor lahko izračunamo iz izmerjene sile in ročice. Lahko pa ga neposredno izmerimo tako da ga uravnovesilo z nasprotno enakim znanim navorom. Naj merimo na primer navor sile roke, ki skuša zavrteti gred:



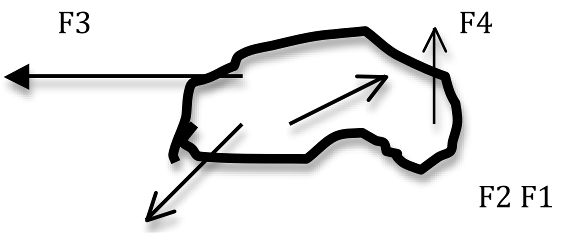
mg

Navor teže obešene uteži nasprotuje navoru M sile roke. V ravnovesju velja M=mgr.

Merjenje navora lahko opravimo s **torzijsko tehtnico (polžna vzmet).**

Polžna vzmet je zgrajena iz prožnega kovinskega traku, ki je navit v obliki polžaste spirale. En konec vzmeti je pritrjen, drugi konec pa sukamo. Vzmet se zasuku upira, ampak se zasuče prav toliko, da se navor notranjih sil izenači z zunanjim navorom M. Izkaže se v poskusu, da je kot zasuka vzmeti φ premosorazmeren navoru M, ki povzroča zasuk. $M=D\varphi$, kjer je **D** sorazmernostna konstanta, oziroma **sučna konstanta vzmeti**.

Poiščimo rezultanto navorov, če so sile, ki delujejo na telo, podane kot kaže slika:



Najprej izberemo poljubno smer vrtenja telesa, da bi določili predznak vrtenja. Naj se telo vrti v smeri urinega kazalca. SIle, ki v tej smeri pospešujejo vrtenje telesa imajo pozitiven navor. Na ta način imamo:
$M_1 = -r_1F_1; M_2 = r_2F_2; M_3 = -r_3F_3; M_4 = 0$ in $M = M_1 + M_2 + M_3 = -r_1F_1 + r_2F_2 - r_3F_3$.

Če je M>0, se telo vrti pospešeno v izbrani smeri.

Če je M<0, se telo vrti pospešeno v nasprotni smeri.

Če je M=0, sile v celoti ne vplivajo na vrtenje telesa: teslo miruje ali pa se vrti enakomerno. Pravimo da so navori delujočih sil v ravnovesju.

MEHANSKO RAVNOVESJE:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

4.2. VZTRAJNOSTNI MOMENT

Zanima nas kako je kotni pospešek odvisen od skupnega navora. Vzemimo najprej točkasto telo: naj bo to kroglica pripeta z žico na središče kroženja 0. Ker obodna (krožilna) hitrost narašča, lahko tangentno komponento sile zapišemo kot $F_t=ma_t$, navor pa $M=F_tr=ma_tr$, oziroma $M=mr^2\alpha$ in ugotovimo $M \propto \alpha$.

Poglejmo sedaj tri točkasta telesa, ki so med seboj in z osjo povezana s tankimi vrvicami. Ves trikotnik se vrti tedaj kakor da bi bil tog (če telesa krožijo dovolj hitro). Imamo: $M = M_1 + M_2 + M_3 = m_1r_1^2\alpha + m_2r_2^2\alpha + m_3r_3^2\alpha = (m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2)\alpha$ in spet ugotovimo $M \propto \alpha$.

Poglejmo poljubno telo in ga razdelimo v mislih na majhne dele. Naj bo dF rezultanta sil na maso dm, dM pa skupni navor. Za tangentno projekcijo rezultante velja: $dF_t=dma_t=dmr\alpha$ in $dM=dF_tr=dmr^2\alpha$. Celotni navor lahko zapišemo kot $M=J\alpha$, kjer je $J = \int dmr^2$, vztrajnostni moment telesa.

Steinerjevo pravilo: $J = J_0 + mr^2$. V tej formuli je J_0 vztrajnostni moment telesa glede na os skozi težišče, J pa vztrajnostni moment telesa glede na os, ki je vzporednica na razdalji r.

4.3. VRTILNA KOLIČINA

Če izraz za navor pomnožimo s časovnim intervalom, v katerem navor deluje, dobimo $M\Delta t = J\alpha\Delta t$. Ker je navor stalen (to pa pomeni da je vrtenje enakomerno pospešeno) lahko za prirastek kotne hitrosti zapišemo $\omega_2 - \omega_1 = \alpha\Delta t$. Izraz vstavimo v prejšnjo enačbo in dobimo $M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$. Produkt MΔt predstavlja **sunek navora**, na desni strani pa imamo spremembo količine Γ=Jω, ki ji pravimo **vrtilna količina** telesa. Sunek navora sedaj lahko zapišemo kot MΔt=ΔΓ, oziroma navor kot $M = \dfrac{\Delta\Gamma}{\Delta t}$.

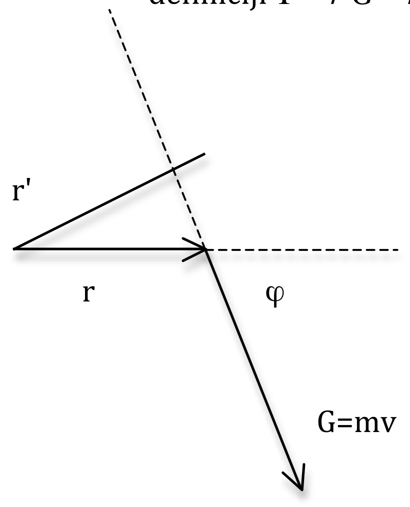
Za točkasto telo že vemo, da je vztrajnostni moment $J = mr^2$, kar po vstavljanju v izraz za vrtilno količino da $\Gamma = mr^2\omega$, oziroma $\Gamma = rmv = rG$. Tako smo določili zvezo med vrtilno količino in gibalno količino.

Ponovimo: Vrtilna količina krožečega telesa je enaka produktu razdalje od osi (r) in gibalne količine telesa (mv).

Spomnimo se: Gibalna količina je vektor, ki leži na tangenti kroga, za razdaljo r pa lahko rečemo, da je ročica vektorja mv.

Od tod vidimo: Vrtilno količino dobimo iz gibalne količine na enak način kot smo dobili navor iz sile.

V primeru da se telo ne giblje po krožnici ampak po kaki drugi krivulji, je vrtilna količina po definiciji $\Gamma = r'G = rG\sin\varphi \Rightarrow \vec{\Gamma} = \vec{r} \times \vec{G}$.



Izraz **Mdt=dΓ=Jdω** imenujemo včasih **izrek o vrtilni količini:** sprememba vrtilne količine je enaka skupnemu sunku zunanjih navorov.

Če skupnega navora zunanjih sil ni, M=0, potem se vrtilna količina telesa ne spreminja s časom ΔΓ=0. V tem primeru se produkt vztrajnostnega momenta telesa in kotne hitrosti kroženja ohranja.