GIBANJE

1.1 PREMO GIBANJE
1.2 KRIVO GIBANJE

1.1. PREMO GIBANJE TOČKE

Hitrost je kvocient pretečene poti in časa:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}[m/s].$$

Pospešek je kvocient spremembe hitrosti in časovnega intervala Δt, v katerem se sprememba zgodi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}[m/s^2].$$

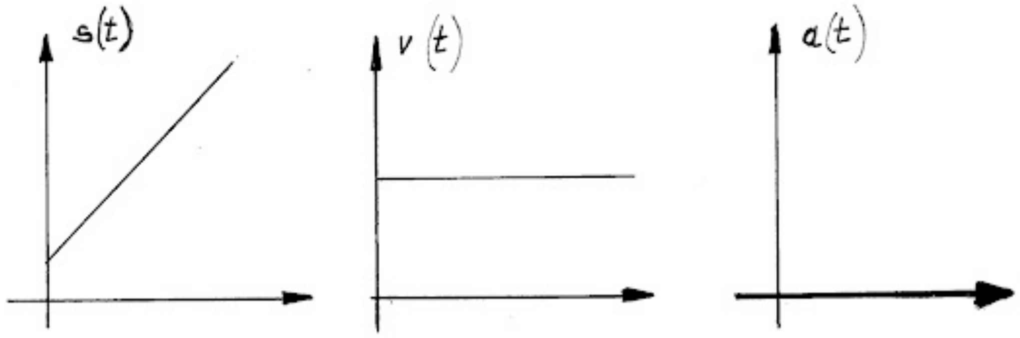
Kvocient $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ določa **povprečno hitrost**: to je hitrost, s katero bi se telo moralo ves čas (enakomerno) gibati, da bi po času t napravilo enako dolgo pot, kot če se giblje enakomerno.
Kvocient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ določa podobno **povprečni pospešek**.

Trenutno hitrost definiramo kot $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$. Pravimo da je trenutna hitrost enaka odvodu poti po času.

Trenutni pospešek definiramo kot $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$. Pravimo da je pospešek enak odvodu hitrosti po času.

1.1.a

Če se hitrost med gibanjem ne spreminja – v = const, je gibanje **enakomerno**.
Drži v=const ⇔ a=0. In za pretečeno pot lahko zapišemo s=v·t.



1.1.b

Če se pospešek med gibanjem ne spreminja a = const., je gibanje **enakomerno pospešeno.** Hitrost je linearna spremenljivka časa

$v = a \cdot t$ (1) ‘ ali $v = v_0 + a \cdot t$ (1) ʺ .

Kako je s potjo?

Imamo $s = \bar{v} \cdot t$, kjer je $\bar{v}$ povprečna hitrost:

$\bar{v} = \frac{1}{2}(0 + at); v_0 = 0$ ali $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + (v_0 + at)); v_0 \neq 0$.

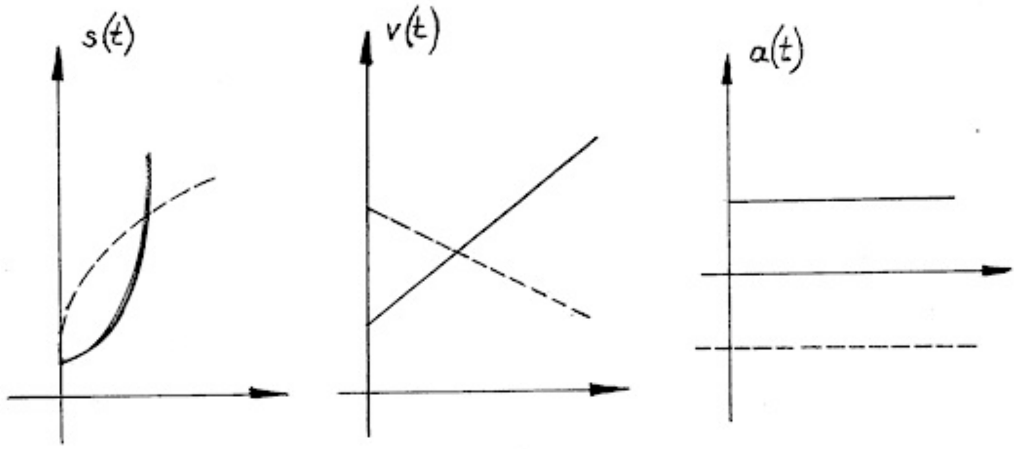
Ko izraz za $\bar{v}$ vstavimo v izraz za pot dobimo:

$s = \frac{1}{2}at^2; v_0 = 0$ (2)’ ali $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2; v_0 \neq 0$ (2)ʺ.

Če izrazimo t iz enačb (1)’ in (1)ʺ ter ga vstavimo v (2)’ in (2)ʺ dobimo zvezo med hitrostjo in potjo:

$v^2 = 2as; v_0 = 0$ oziroma $v^2 = v_0^2 + 2as; v_0 \neq 0$.

V primeru **enakomerno pojemajočega** gibanja je pospešek (pojemek) negativen ter v zgoraj izpeljanih enačbah nadomestimo predznak + z -.



_______ enakomerno pospešeno _ _ _ _ _ _ enakomerno pojemajoče gibanje

1.1.c

Prosto padanje telesa je pospešeno gibanje, katerega vzrok je teža telesa. Težni pospešek je neodvisen od velikosti in mase telesa (če odstranimo zračni upor). Zaznamujemo ga s črko g. Težni pospešek je odvisen od zemljepisne šiine (najmanjši na ekvatorju, največji na polih) in oddaljenosti od Zemlje, približno pa napišemo (napaka nekaj odstotkov) $g \approx 10 m/s^2$.
Za prosti pad veljajo enačbe za enakomerno pospešeno gibanje:

$v=g\cdot t;\ v_0=0$	ali	$v = v_0 + gt; v_0 \neq 0$.
$h = \frac{1}{2} g t^2; v_0 = 0$	ali	$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g t^2; v_0 \neq 0$ in
$v^2 = 2gh; v_0 = 0$	ali	$v^2 = v_0^2 + 2gh; v_0 \neq 0$

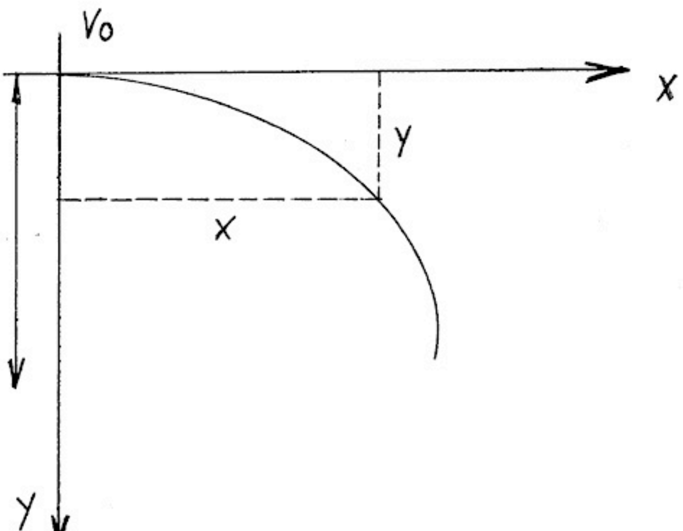
Navpični met je prosto padanje v smeri navzgor. Naj bo začetna hitrost kamna, ki ga vržemo navzgor v_0. Telo se pri tem giblje enakomerno pojemajoče. Enačbe za navpični met dobimo, če v enačbah za prosti pad pospešek nadomestimo s pojemkom a=-g..

Sklepamo: Zveza med začetno hitrostjo v_0 in višino dviga h, je enaka zvezi med višino h in hitrostjo v_0 pri prostem padu. Podobno ugotovimo, da je čas padanja enak času dvigovanja.

1.1.d

Vodoravni met

Vzemimo, da vržemo telo z začetno hitrostjo v_0 v vodoravni smeri.
Gibanje je tedaj sestavljeno iz enakomernega gibanja v vodoravni smeri in enakomerno pospešenega gibanja v navpični smeri:



Za vodoravno koordinato lahko zapišemo: $x = v_0 \cdot t$ (1).

Za navpično koordinato lahko zapišemo $y = \frac{1}{2}gt^2$ (2).

Telo pade na tla po času t_1, ko je $y = h = \frac{1}{2}gt_1 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Čas padanja je enak, kot če bi telo padalo navpično navzdol.

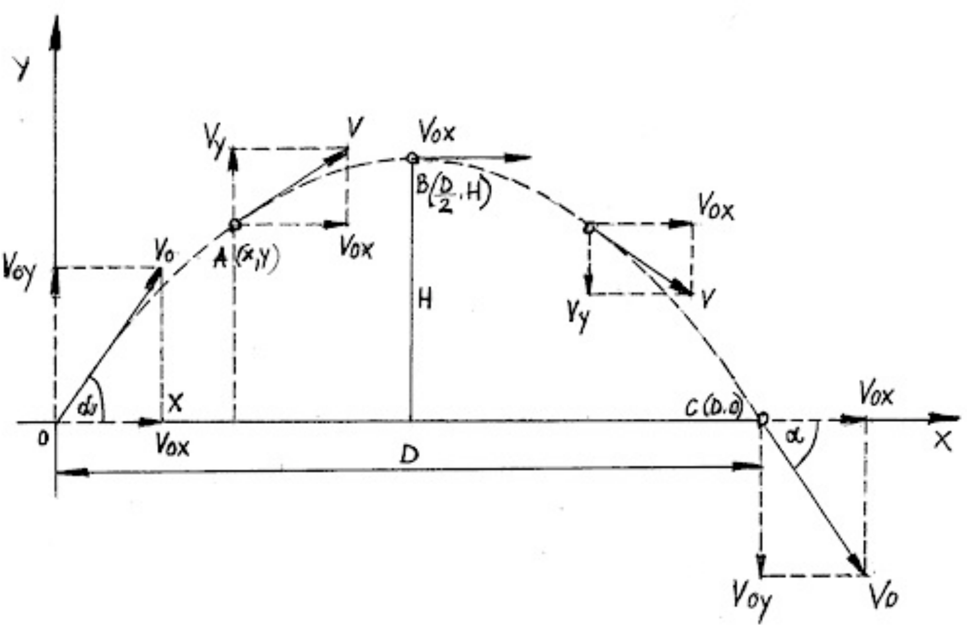
Po času t_1 je vodoravna oddaljenost telesa $x_1 = v_0 \cdot t_1 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Poiščimo še funkcijo $y=f(x)$!

Iz (1) imamo $t = \frac{x}{v_0}$. Vstavimo v (2) in dobimo $y = \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2$.

Poševni met

Telo izstrelimo pod kotom α kot kaže slika:



Začetna hitrost telesa je v_0. Komponenti hitrosti x in y sta:

$v_x = v_0 \cos\alpha$ in $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Potem je $x = v_0 t \cos\alpha$ (1) in $y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$ (2).

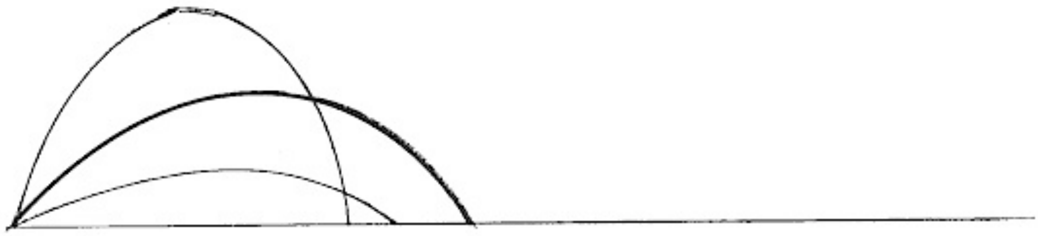
Poiščemo t iz (1) in vstavimo v (2). Dobimo: $y = v_0 \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \sin\alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha}$

oziroma $y = x tg\alpha - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha}x^2$.

Poiščimo maksimalen doseg izstrelka!

$y = 0 \Rightarrow tg\alpha = \frac{1}{2}\frac{gx_{MAX}}{v_0^2\cos^2\alpha}$, sledi $x_{MAX} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$.

Maksimalni doseg bo pri sin2α=1, to je pri α=45°.



Poiščimo še oddaljenost pri kateri telo dosega maksimalno višino. V tej točki odvod y po x enačimo z nič

$\frac{dy}{dx} = tg\alpha - \frac{gx}{v_0^2\cos^2\alpha} = 0$. Dobimo $x_{y\to MAX} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$.

1.2. KRIVO GIBANJE

Mesto telesa pri vrtenju lahko določimo s kotom φ in krajevnim vektorjem $\vec{r}$.

Kot φ je razmerje dveh dolžin; loka in polmera. Tako je $\varphi = \frac{l}{r}$. Polni kot dobimo za $l = 2\pi r$. Enoto kota dobimo prav na tej podlagi. Imenujemo jo **radian (rad)** in vemo takoj, da ima polni kot 2π radianov.

Kotno hitrost (ω) definiramo kot kvocient spremembe kota v časovnem intervalu: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}\left[s^{-1}\right]$.

Kotni pospešek (α) definiramo kot kvocient spremembe kotne hitrosti v časovnem intervalu: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}\left[s^{-2}\right]$.

Trenutno kotno hitrost definiramo kot $\omega = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$ in pravimo, da je kotna hitrost odvod kota po času.

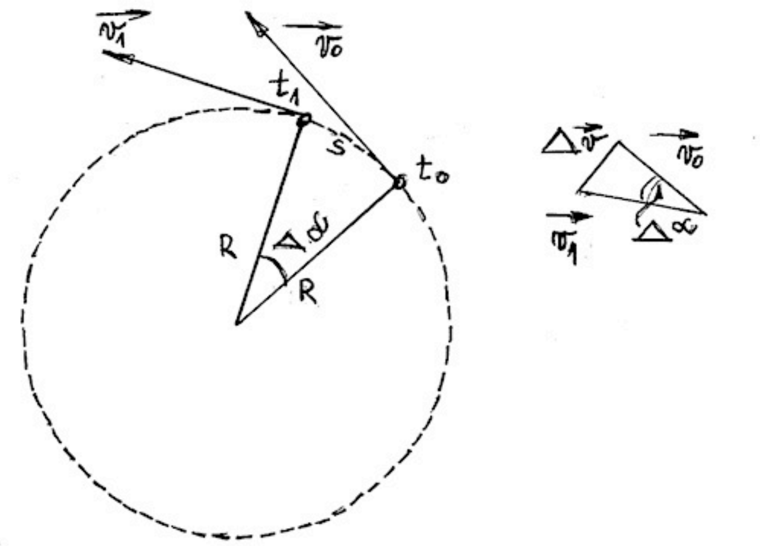
Trenutni kotni pospešek definiramo kot $\alpha = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$ in pravimo, da je kotni pospešek odvod kotne hitrosti po času.

Čas, ki ga potrebuje telo za en obhod imenujemo **obhodni čas** in ga označimo s t_0.

Frekvenco (ν) definiramo kot število obhodov na časovno enoto (ali en obhod na obhodni čas): $\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{t_0}\left[s^{-1} = Hz\right]$...Hz(hertz).

Ker lahko kotno hitrost definiramo kot kvocient polnega kota in obhodnega časa $\omega = \frac{2\pi}{t_0}$, dobimo zvezo med frekvenco in kotno hitrostjo .$\omega = 2\pi\nu$.

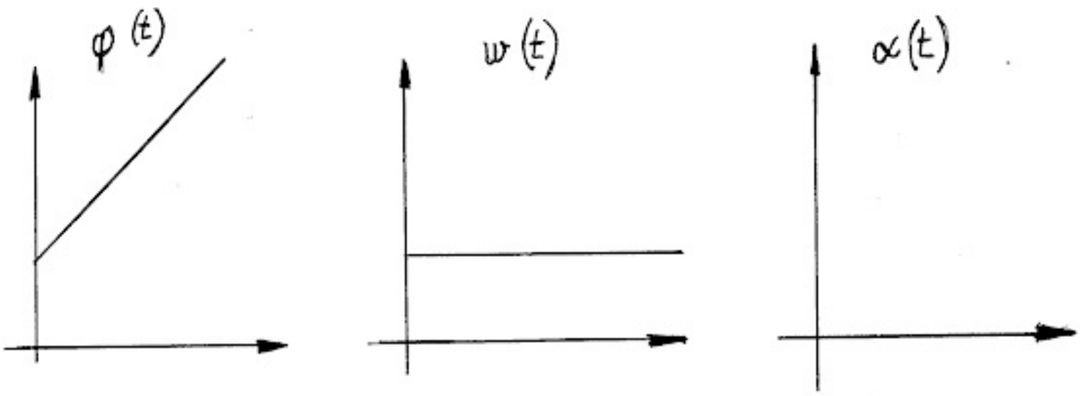
Za podani polmer kroženja ter upoštevajoč zvezo $l = r\varphi$, lahko **krožilno hitrost** povežemo s kotno hitrostjo. Imamo $v = \frac{dl}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$ oziroma $v = r\omega$.
Poglejmo še zvezo med **tangentno komponento krožilnega pospeška** in kotnega pospeška. Imamo $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$ oziroma $a_t = r\alpha$.
Ker je hitrost krožečega telesa tangenta na krožnico, smer spremembe hitrosti pa pravokotna na vector hitrosti, lahko ugotovimo da obstaja **radialni pospešek**, ki ima smer k središču kroženja.. Iz spodnje skice vidimo $dv = vd\varphi$, posledično velja $a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{vd\varphi}{dt} = v\omega$ oziroma $a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$.



1.2.a

Enakomerno kroženje

Če se kotna hitrost med kroženjem ne spreminja, to je ω=const., je kroženje enakomeno. Drži $\omega = const. \Leftrightarrow \alpha = 0$, ter za kot lahko zapišemo $\varphi = \omega \cdot t$.



1.2.b

Enakomerno pospešeno kroženje

Če se kotni pospešek med kroženjem ne spreminja α=const., je kroženje enakomerno pospešeno. V tem primeru je kotna hitrost linearna spremenljivka časa: $\omega = \alpha t$ (1)' ali $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (1)'', če ima telo začetno kotno hitrost ω_0 v trenutku t=0s, ko kotni pospešek začne delovati.

Analogno izpeljavam zvez pri enakomerno pospešenemu gibanju, izpeljemo zveze za enakomerno pospešeno kroženje:
Imamo $\varphi = \overline{\omega} \cdot t$, kjer je $\overline{\omega}$ povprečna kotna hitrost:
$\overline{\omega} = \frac{1}{2}\alpha t; \omega_0 = 0$ ali $\overline{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_0 + (\omega_0 + \alpha t)); \omega_0 \neq 0.$
Ko izraz za $\overline{\omega}$ vstavimo v izraz za kot, dobimo:
$\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2; \omega_0 = 0$ (2)' ali $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2; \omega_0 \neq 0$ (2)''.
Če izrazimo t iz (1)' in (1)'' ter ga vstavimo v (2)' in (2)'' dobimo zvezo med kotno hitrostjo in kotom:
$\omega^2 = 2\alpha\varphi; \omega_0 = 0$ ali $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi; \omega_0 \neq 0.$

V primeru **enakomerno pojemajočega kroženja** operacijo seštevanja zamenjamo z operacijo odštevanja.